

TÍNH ỔN ĐỊNH CỦA PHƯƠNG TRÌNH VOLTERRA PHI TUYẾN VÀ ÁP DỤNG

Phạm Hữu Anh Ngọc¹, Trần Thế Anh²

¹Bộ môn Toán, Đại học Quốc Tế, ĐHQG-HCM

²Đại học Khoa học Tự nhiên, ĐHQG-HCM

phangoc@hcmiu.edu.vn, trantheanh@ukh.edu.vn

Tóm tắt

Trong báo cáo này, chúng tôi giới thiệu điều kiện về tính ổn định tiệm cận đều và tính ổn định mũ của phương trình vi tích phân Volterra phi tuyến dạng

$$\dot{x}(t) = f\left(t; x(t), \int_a^t q(t, s, x(s)) ds\right), \quad (1)$$

$$x(t) = \varphi(t), \quad t \in [a, \sigma] \quad (2)$$

trong đó $a = 0$ hoặc $a = -\infty$, $[a, \sigma] := (-\infty, \sigma]$ nếu $a = -\infty$ và φ là hàm liên tục và bị chặn.

Nói chung, các vấn đề về tính ổn định của phương trình vi tích phân Volterra là khó. Cho đến nay, chúng ta không có nhiều kết quả về tính ổn định của phương trình vi tích phân Volterra phi tuyến.

Chúng tôi phát triển một phương pháp mới để đưa ra điều kiện ổn định các phương trình vi tích phân Volterra phi tuyến. Cách tiếp cận của chúng tôi là dựa trên các đặc tính phổ của ma trận Metzler và nguyên lý so sánh. Bằng cách tiếp cận này, chúng tôi đã đưa ra được một số tiêu chí mới, rõ ràng về tính ổn định tiệm cận đều và tính ổn định mũ của phương trình vi tích phân Volterra phi tuyến (1). Sau đó, chúng tôi trình bày một số áp dụng cho mô hình sinh trưởng của quần thể sinh vật và mô hình về hệ thống chặn thả.

Từ khóa: Phương trình vi tích phân phi tuyến Volterra, ổn định tiệm cận đều, ổn định mũ.

Stability of nonlinear Volterra equations and applications

Pham Huu Anh Ngoc¹, Tran The Anh²

¹Department of Mathematics, International University, Vietnam National University-HCMC

² University of Science, VNU-HCM
phangoc@hcmiu.edu.vn, trantheanh@ukh.edu.vn

Abstract

In this talk, we address the uniform asymptotic stability and the exponential stability of nonlinear Volterra integro-differential equations of the form

$$\dot{x}(t) = f\left(t; x(t), \int_a^t q(t, s, x(s)) ds\right), \quad (1)$$

$$x(t) = \varphi(t), \quad t \in [a, \sigma] \quad (2)$$

where $a = 0$ or $a = -\infty$, $[a, \sigma] := (-\infty, \sigma]$ if $a = -\infty$ and φ is a bounded continuous function.

In general, problems of stability of Volterra integro-differential equations are difficult. As far as we know, there are not many existing results on stability of nonlinear Volterra integro-differential equations in the literature.

We develop a novel approach to stability of nonlinear Volterra integro-differential equations. Our approach is simple and relies upon the spectral properties of Metzler matrices and the comparison principle. Consequently, we get some explicit criteria for the uniform asymptotic stability and the exponential stability of the nonlinear Volterra integro-differential equation (1). Then applications to models of growth of biological populations and of grazing systems are presented.

Key words: Nonlinear Volterra integro-differential equation, uniform asymptotic stability, exponential stability.