Các tính chất của nghiệm của bài toán Neumann-Dirichlet cho phương trình giả parabolic phi tuyến trong hình vành khăn

Trương Thị Nhạn[1a,1b,1c], *Trần Minh Thuyết*[2]

[1a]C5D5, Trường Sĩ quan Kỹ thuật Quân sự,
Số 189 Nguyễn Oanh, Q. Gò Vấp, TP. HCM [Địa chỉ gửi thư]
[1b]Khoa Cơ bản, Học viện Hải quân, 30 Trần Phú, TP. Nha Trang.
[1c]Khoa Toán-Tin học, Trường Đại học Khoa học Tự Nhiên, ĐHQG-HCM,
227 Nguyễn Văn Cừ, Q.5, TP. HCM.
[2]Đại học Kinh tế Tp. HCM, 59 C Nguyễn Đình Chiểu, quận 3, TP. HCM.

[1a,1b,1c]E-mail: nhanhaiquan@gmail.com
[2]E-mail: tmthuyet@ueh.edu.vn

Tóm tắt. Chúng tôi nghiên cứu bài toán biên và ban đầu sau đây

$$\begin{cases} u_t - (\mu + \alpha\frac{\partial}{\partial t})\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{x}\frac{\partial u}{\partial x}\right) + f(u) = f_1(x,t),\, 1 < x < R,\, t > 0, \\ u_x(1,t) = g(t),\, u(R,t) = 0, \\ u(x,0) = \tilde{u}_0(x), \end{cases} \tag{1}$$

trong đó $\mu > 0$, $\alpha > 0$, $R > 1$ là các hằng số cho trước và f, f_1, g, $\tilde{u}_0$ là các hàm số cho trước. Đầu tiên, chúng tôi sử dụng phương pháp Galerkin để chứng minh sự tồn tại duy nhất của một nghiệm yếu $u(t)$ của bài toán (1) trên $(0,T)$, đối với mọi $T > 0$. Tiếp theo, chúng ta nghiên cứu dáng điệu tiệm cận của nghiệm $u(t)$ khi $t \to +\infty$. Cuối cùng, chúng tôi chứng minh sự tồn tại và duy nhất nghiệm yếu của bài toán $(1)_{1,2}$ liên kết với điều kiện $(N+1)$ điểm theo thời gian như sau

$$u(x,0) = \sum\nolimits_{i=1}^{N} \eta_i u(x,T_i), \tag{2}$$

trong đó (T_i, η_i), $i = 1, ..., N$ là các hằng số cho trước thỏa mãn

$$0 < T_1 < T_2 < \cdots < T_{N-1} < T_N \equiv T,\ \sum\nolimits_{i=1}^{N} |\eta_i| \le 1.$$

Từ khóa: Phương trình giả parabolic; Phương pháp Faedo-Galerkin; Dáng điệu tiệm cận; Điều kiện $(N+1)$- điểm theo thời gian.

Properties of solutions of the Neumann-Dirichlet problem for a nonlinear pseudoparabolic equation in an annular

Trương Thị Nhạn[1a,1b,1c], *Trần Minh Thuyết*[2]

[1a]C5D5, Military Technical Officer School
189 Nguyen Oanh Str., Dist. Go Vap, Ho Chi Minh City, Vietnam.
[1b]The Faculty of Natural Basic Sciences, Vietnamese Naval Academy,
30 Tran Phu Street, Nha Trang City, Vietnam.
[1c]Department of Mathematics and Computer Science, University of Science, VNU-HCM,
227 Nguyen Van Cu Str., Dist. 5, Ho Chi Minh City, Vietnam.
[2]Department of Mathematics, University of Economics of Ho Chi Minh City,
59C Nguyen Dinh Chieu Str., Dist. 3, Ho Chi Minh City, Vietnam;

[1a,1b,1c]E-mail: nhanhaiquan@gmail.com
[2]E-mail: tmthuyet@ueh.edu.vn

Abstract. We study the following initial-boundary value problem

$$\begin{cases} u_t - (\mu + \alpha\frac{\partial}{\partial t})\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1}{x}\frac{\partial u}{\partial x}\right) + f(u) = f_1(x,t),\ 1 < x < R,\ t > 0, \\ u_x(1,t) = g(t),\ u(R,t) = 0, \\ u(x,0) = \tilde{u}_0(x), \end{cases} \tag{1}$$

where $\mu > 0$, $\alpha > 0$, $R > 1$ are given constants and f, f_1, g, $\tilde{u}_0$ are given functions. First, we use the Galerkin method to prove the unique existence of a weak solution $u(t)$ of Prob. (1) on $(0,T)$, for every $T > 0$. Next, we study the asymptotic behavior of the solution $u(t)$ as $t \to +\infty$. Finally, we prove the existence and the uniqueness of a weak solution of Prob. $(1)_{1,2}$ associated with a $(N+1)$-points initial condition in time as follows

$$u(x,0) = \sum\nolimits_{i=1}^{N} \eta_i u(x,T_i), \tag{2}$$

where (T_i,η_i), $i = 1,...,N$ are given constants satisfying

$$0 < T_1 < T_2 < \cdots < T_{N-1} < T_N \equiv T,\ \ \sum\nolimits_{i=1}^{N} |\eta_i| \leq 1.$$

Keywords: Nonlinear pseudoparabolic equation; Faedo-Galerkin approximation; asymptotic behavior; "$(N+1)$-points condition in time".