

Dáng điệu tiệm cận của nghiệm của các hệ hyperbolic tuyến tính hao tán ở thời gian vô cùng lớn

Nguyễn Tiến Thịnh^{1,2}, Corrado Mascia³

¹Gran Sasso Science Institute, Viale Francesco Crispi 7, 67100 - L'Aquila, Italy.

²Khoa Toán-Tin học, Trường Đại học Khoa học Tự Nhiên, ĐHQG-HCM, 227 Nguyễn Văn Cừ, Q.5, TP. HCM.

³Università di Roma 1 - Italy

^{1,2}E-mail: tienthinh1507@gmail.com

Tóm tắt. Các hệ hyperbolic hao tán giữ vai trò trọng điểm trong việc nghiên cứu các mô hình khí động lực học và các thuật toán giải số xấp xỉ các định luật bảo toàn. Một trong những tính chất quan trọng của các hệ này là sự khuếch tán của nghiệm của chúng tương tự như sự khuếch tán của nhiệt khi thời gian tiến ra vô cùng. Trong bài báo cáo này, chúng ta giới thiệu một cấu trúc hao tán hợp lý sao cho ở thời gian vô cùng lớn, nghiệm của hệ hyperbolic tuyến tính

$$\partial_t u + \sum_{j=1}^d A_j \partial_{x_j} u + Bu = 0$$

được xấp xỉ bởi nghiệm của một hệ parabolic tuyến tính mà ta sẽ chỉ ra sau, trong đó A_j và B là các ma trận hệ số hằng thực có kích thước $n \times n$, và $u = u(x, t)$ là một vector thực n chiều. Bậc xấp xỉ là $\mathcal{O}(t^{-\frac{d}{2}(\frac{1}{q} - \frac{1}{p}) - \alpha})$ với $\alpha > 0$ và $1 \leq q \leq p \leq \infty$, sai khác nhau một đại lượng có tốc độ tắt dần mũ. Kết quả tối ưu này trong [3, 4], dựa trên các kết quả nghiên cứu trong [2] cho các phương trình sóng tắt dần, là sự tổng quát hoá của các kết quả trong [1] đối với các hệ hyperbolic tuyến tính. Ý tưởng chính là dùng lý thuyết nhiễu cho các toán tử tuyến tính và các kỹ thuật giải tích Fourier.

Từ khóa: Dáng điệu thời gian lớn; Hệ hyperbolic tuyến tính hao tán; Khai triển tiệm cận.

Tài liệu dẫn.

[1] S. Bianchini, B. Hanouzet and R. Natalini, *Asymptotic behavior of smooth solutions for partially dissipative hyperbolic systems with a convex entropy*, Comm. Pure Appl. Math. **60** (2007) 1559-1622.

[2] P. Marcati and K. Nishihara, *The $L^p - L^q$ estimates of solutions to onedimensional damped wave equations and their application to the compressible flow through porous media*, J. Differential Equations, **191** (2003) 445-469.

[3] C. Mascia and T. T. Nguyen, *$L^p - L^q$ decay estimates for dissipative linear hyperbolic systems in 1D*, J. Differential Equations, **263** (2017) 6189-6230.

[4] T. T. Nguyen, *Asymptotic limit and decay estimates for a class of dissipative linear hyperbolic systems in several dimensions*, Discrete Contin. Dyn. Syst., (to appear), arXiv:1707.09961.

Asymptotic large-time behavior of solutions of dissipative linear hyperbolic systems

Nguyễn Tiến Thịnh^{1,2}, Corrado Mascia³

¹Gran Sasso Science Institute, Viale Francesco Crispi 7, 67100 - L'Aquila, Italy.

²Department of Mathematics and Computer Science, University of Science, VNU-HCM,
227 Nguyen Van Cu Str., Dist. 5, Ho Chi Minh City, Vietnam.

³Università di Roma 1 - Italy

^{1,2}E-mail: tienthinh1507@gmail.com

Abstract. Dissipative hyperbolic systems play a central role in many applications including the kinetic models for gas dynamics and the relaxation numerical schemes approximating conservation laws. One important feature of this kind of systems is the diffusion limit of solution as time tends to infinity. In this talk, we will discuss some reasonable dissipative structures such that for large time, the unique solution to the initial value problem for

$$\partial_t u + \sum_{j=1}^d A_j \partial_{x_j} u + Bu = 0$$

is approximated by a solution to the initial value problem for a parabolic system, where A_j and B are $n \times n$ matrices with real constant entries, and $u = u(x, t)$ is an n -dimensional real vector. The approximation is of order $O(t^{-\frac{d}{2}(\frac{1}{q}-\frac{1}{p})-\alpha})$ for $\alpha > 0$ and $1 \leq q \leq p \leq \infty$, up to an exponentially decaying error. This optimal result in [3], [4], which is similarly studied for linear damped wave equations as the one in [2], is a generalization of [1] at the linear level. The main idea is based on the perturbation theory for linear operators and the Fourier analysis.

Keywords: Large-time behavior; Dissipative linear hyperbolic systems; Asymptotic expansions

References

[1] S. Bianchini, B. Hanouzet and R. Natalini, *Asymptotic behavior of smooth solutions for partially dissipative hyperbolic systems with a convex entropy*, Comm. Pure Appl. Math. **60** (2007) 1559-1622.

[2] P. Marcati and K. Nishihara, *The $L^p - L^q$ estimates of solutions to onedimensional damped wave equations and their application to the compressible flow through porous media*, J. Differential Equations, **191** (2003) 445-469.

[3] C. Mascia and T. T. Nguyen, *$L^p - L^q$ decay estimates for dissipative linear hyperbolic systems in 1D*, J. Differential Equations, **263** (2017) 6189-6230.

[4] T. T. Nguyen, *Asymptotic limit and decay estimates for a class of dissipative linear hyperbolic systems in several dimensions*, Discrete Contin. Dyn. Syst., (to appear), arXiv:1707.09961.