

General robust Farkas lemmas
with applications to robust optimization problems

N. Dinh¹

Abstract

Let X, Y be locally convex Hausdorff topological vector spaces, $\mathcal{U} \neq \emptyset$ be an uncertainty set. Let further $F_u : X \times Y \rightarrow \mathbb{R}$ be a proper function for each $u \in \mathcal{U}$ and $h : X \rightarrow \mathbb{R}$ is a lower semicontinuous proper convex function. The report concerns characterizations (equivalence forms) of a robust inequality of the form:

$$\sup_{u \in \mathcal{U}} F_u(\cdot, 0_Y) \geq h. \quad (1)$$

Firstly, characterizations of general robust inequality (2) are proved in terms of abstract perturbational duality. Secondly, by specifying to some concrete classes of functions F_u , we get variants of characterizations of robust functional inequalities which, in different settings, give rise to generalized robust Farkas lemmas for general robust non-convex, robust DC (difference of convex), robust convex, and robust linear systems in infinite dimensional spaces under some weak qualification conditions concerning epigraphs of the conjugate functions F_u^* . Many of the results on robust Farkas lemmas obtained are new while the others cover or extend the known ones in the literature.

As an application of the results obtained, some are then applied to get strong Fenchel duality and stable-strong/strong Lagrange duality for classes of robust DC and robust convex optimization problems.

Keywords: Robust Farkas lemmas • Robust optimization problems • Stable-strong robust duality.

¹Department of Mathematics
International University, VNU-HCM city
Quarter 6, Linh Trung Ward, Thu Duc District, Ho Chi Minh city, Vietnam
ndinh@hcmiu.edu.vn

Bổ đề Farkas robust
và áp dụng vào tối ưu robust

N. Dinh²

Abstract

Cho X, Y là các không gian vectơ lồi địa phương Hausdorff, $\mathcal{U} \neq \emptyset$ là tập không chắc chắn (uncertainty set). Giả sử $F_u : X \times Y \rightarrow \mathbb{R}$ là các hàm chân chính với mỗi $u \in \mathcal{U}$ và $h : X \rightarrow \mathbb{R}$ là hàm chân chính, lồi và nửa liên tục dưới. Báo cáo này thiết lập các điều kiện cần và đủ để có các điều kiện đặc trưng của bất đẳng thức có chứa yếu tố không chắc chắn:

$$\sup_{u \in \mathcal{U}} F_u(\cdot, 0_Y) \geq h. \quad (2)$$

Trước tiên, chúng tôi thiết lập các đặc trưng của các bất đẳng thức robust tổng quát dạng (2), sau đó khi các kết quả được đặc việt hoá cho một số lớp hàm F_u chúng ta sẽ nhận được đặc trưng của các bất đẳng thức phiếm hàm robust và nhiều dạng Farkas robust khác nhau, mở rộng nhiều kết quả đã biết trong nhiều công trình trong những năm gần đây.

Các kết quả nhận được, được áp dụng để thiết lập các kết quả về đối ngẫu (ổn định đối ngẫu) robust cho nhiều lớp bài toán robust DC và các bài toán tối ưu robust lồi.

Keywords: Robust Farkas lemmas • Robust optimization problems • Stable-strong robust duality.

²Department of Mathematics
International University, VNU-HCM city
Quarter 6, Linh Trung Ward, Thu Duc District, Ho Chi Minh city, Vietnam
ndinh@hcmiu.edu.vn